The Journal of *Philosophical -Theological Research* (JPTR)
Vol.19, No. 4, Winter 2018, Issue 74 (pp. 5-22)
DOI: 10.22091/pfk.2017.1361.1446

پژوهش‌های فلسفی کلامی
سال نوزدهم، شماره چهارم، زمستان ۱۳۹۶، شماره پیاپی ۷۴ (ص۵-۲۲)

A study of the Geometric Shape of the Components of the Body according to Democritus and His Followers

Muhammad Hussein Heshmatpoor*

Received: 10/07/2016 | Accepted: 06/10/2017

Abstract

Two views have been proposed about the simplexity and complexity of body in philosophy, which is responsible for knowing realities. One is simplexity-based which holds that the body is simply a material form and denies that it is composed of matter and form as well as small components. The other is complexity-based whose proponents are divided into two groups: one group considers the body to be composed of matter and form (i.e. material form) and the other holds that body is composed of small components. The latter has specified a shape for each of the constituent components of elements and celestial spherical forms, two of which are discussed in the present paper. It should be noted that there are four simple elements and celestial spheres have a shared shape in the view of the latter. Thus there are totally five shapes for the components of elements and celestial spheres. This paper gives attention to two of the shapes (the shapes of components of fire and earth); it takes into consideration and explains how these two shapes - which correspond to the sixteenth and seventeenth shapes in Elucid's thirteenth article, are formed, and after mentioning the hypotheses of the issue, presents arguments for its accuracy.

Keywords:

body, Democritus, shape, fire, earth.

* Assistant professor of department of philosophy and theology, University of Qom, | heshmatpoor@qom.ac.ir

پژوهش‌های فلسفی کلامی
سال نوزدهم، شماره چهارم، زمستان ۱۳۹۶، شماره پیاپی ۷۴ (ص۵-۲۲)

The Journal of *Philosophical -Theological Research* (JPTR)
Vol.19, No. 4, Winter 2018, Issue 74 (pp. 5-22)
DOI: 10.22091/pfk.2017.1361.1446

بررسی شکل هندسی اجزای جسم از نگاه ذیمقراطیس و پیروانش

محمد حسین حشمت‌پور *

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۴/۲۰ | تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۱۴

چکیده

دربارهٔ بساطت و ترکّب جسم، در فلسفه ــ که عهده‌دار شناخت واقعیات است ــ دو قول مطرح شده یکی قول به بساطت که جسم را تنها صورت جسمیّه می‌داند و ترکب آن از ماده و صورت و نیز ترکب از اجزاء صغار را منکر می‌شود. و دیگر قول به ترکّب که صاحبان این قول به دو دسته تقسیم می‌شوند: یکی آنان که جسم را از ماده و صورت (یعنی صورت جسمیه) مرکب می‌دانند. و دیگر کسانی که به ترکب آن از اجزاء صِغار معتقدند. گروه اخیر برای هر کدام از اجزاء سازندهٔ عناصر و نیز برای هر کدام از اجزاء سازندهٔ افلاک شِکلی را تعیین کرده‌اند که این مقاله دو شکل از آن‌ها را بحث کرده است. توضیح این‌که عناصر بسیط چهارتا هستند و افلاک در نظر آنان شکل مشترک دارد، پس شکل‌هایی که برای اجزاء عناصر و افلاک وجود دارند مجموعاً پنج شکل‌اند. در این مقاله به تبیین دو شکل (شکل اجزاء نار و شکل اجزاء ارض) عنایت شده است. در بیان هر یک از این دو شکل ــ که در تحریر اقلیدس شکل شانزدهم و هفدهم مقاله سیزدهم واقع شده‌اند ــ به نحوهٔ ساخت شکل توجه شده و پس از ذکر مفروضات مسئله، طریقهٔ ساخت بیان شده و آنگاه بر صحت طریقهٔ ساخت، دلیل اقامه شده است.

کلیدواژه‌ها

جسم، ذیمقراطیس، شکل، آتش، زمین.

* استادیار گروه فلسفه و کلام دانشگاه قم | heshmatpoor@qom.ac.ir

مقدمه

فلاسفه و حکمای پیش از سقراط در جهان‌شناسی تلاش بسیار کرده‌اند و درصدد کشف حقیقت اشیاء بوده‌اند در این راستا فلاسفهٔ طبیعی در تعیین اجزاء اولیه عالم یا مادةالمواد اختلاف داشته‌اند. نظر طالس به آب بود، آنکسیمنس به هوا و هراکلیتوس به آتش(کاپلستون، ۱۳۶۸، ص۲۸). ابن سینا این اقوال را در فصل اول و دوم فن سوم طبیعیات شفا آورده است (ابن سینا، ۱۴۰۴، ۳-۷۷). قول مشهور آنست که اجزاء اولیه طبیعت پنج چیز است. اجزاء ناری، خاکی، هوایی، مایی و فلکی. گروهی از حکمای قدیم در تعیین شکل هریک از این پنج چیز نظریه‌ای دادند که این مقاله درصدد تبیین نظریه‌های مربوط به اجزاء ناری و خاکی براساس تحریر اقلیدس است.

۱. شکل اجزاء نار(شکل شانزدهم از مقاله سیزدهم)

در تحریر اقلیدس شکل شانزدهم از مقاله سیزدهم به شکل اجزاء نار توجه دارد (طوسی، ۱۲۹۸، ص۱۹۱). این شکل ـ که در آن، یک خواسته و یک مدعا مطرح است ـ بیانش این است:

مفروض: کره‌ای داریم با قطری به اندازه «ا ب»[۱] و با مرکزی به نام «ر» که به کمک شکل ۱ مقالهٔ ۱۳ می‌توان تعیین کرد.

خواسته: می‌خواهیم در داخل این کره مخروط مضلّعی (هرمی) بسازیم که چهار سطح (قاعده) داشته باشد و همه سطح‌های آن مثلث متساوی‌الاضلاع باشند.

مدعا: مربع قطر چنین کره‌ای یک برابر و نیم مربع ضلع چنین هرمی است. به عبارت دیگر، مربع ضلع چنین هرمی دو ثُلث مربع قطر چنین کره‌ای است. (ا ب قطر کره م ل ضلع هرم) (مربع قطر کره = یک و یک دوم ضلع هرم)، (مربع ا ب مساوی است با یک و یک دوم مربع م ل)

روش ساخت: ۱. خط «ا ب» را ـ که قطر کره به اندازه آن انتخاب می‌شود، ولی خودش قطر کره نیست[۲] ـ به کمک ش ۱۲ م ۶ بر نقطه «حـ» تثلیث می‌کنیم، یعنی بر دو قسم «ا حـ» و «حـا»

---

۱. قطر کره را در نیم دایره پایین نشان داده‌ایم.

۲. بنابراین، قول خواجه «و لیکن قطر الکرة ا ب» را باید به معنای «ولیکن قطر الکرة مثل ا ب» قرار داد

۲- ش= شکل م= مقاله از کتاب تحریراصول اقلیدس

که یکی ثلث خط و دیگری دو ثلث است تقسیم می‌کنیم («ب حـ» ثلث «ا ب» و «حـ ا» دو ثلث آن است).

۲. بر این خط «ا ب» اولاً نیم‌دایره «ا د ب» را رسم می‌کنیم و ثانیاً - به کمک ش ۱۱ م ۱ - عمود «حـ د» را وارد می‌کنیم (این عمود از نقطه «حـ»[1] اخراج می‌شود و در نقطه «د» نیم‌دایره را قطع می‌کند. واضح است که پای این عمود نقطه «حـ» روی خط «ا ب» است). ش‌شماره ۲

۳. از نقطه «ا» به نقطه «د» وصل می‌کنیم تا خط «ا د» به‌وجود آید. (ش شماره۲).

۴. دایره‌ای رسم می‌کنیم که مرکزش نقطه «ر» و نصف قطرش به اندازه «د حـ» باشد.

۵. در این دایره رسم شده مثلث متساوی‌الاضلاع «ک ل م» را محاط می‌کنیم.

۶. از مرکز این دایره - به ش ۱۲ م ۱۱ ـ عمودی را که از یک طرف به سمت سمک[2](نقطه «هـ») و از طرف دیگر به سمت مقابل سمک (یعنی زیر دایره و نقطه «ح») امتداد دارد بر سطح دایره وارد می‌کنیم (معلوم است که پای این عمود از هر دو طرف نقطه مرکز و به عبارت دیگر، سطح دایره است. بنابراین این خطوطی که در سطح دایره‌اند و با این عمود برخورد می‌کنند زاویهٔ قائمه می‌سازند، یعنی زوایای «هـ ر ک» و «هـ ر م» و «هـ ر ل» و «ح ر ک» و «ح ر م» و «ح ر ل» ـ که سه تای اول آن‌ها با قطعه‌ای از عمود که به سمت سمک رفته و سه تای بعدی با قطعه‌ای که به سمت مقابل رفته ساخته شده‌اند ـ همگی قائمه هستند).

۷. به کمک ش ۳ م ۱ بر روی این عمود، در قسمت «ر هـ»، قطعه «ر ن» را به اندازه «حـ ا» تعیین و مشخص می‌کنیم.

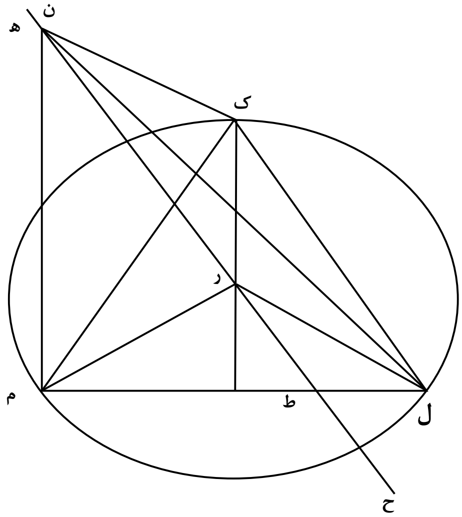
۸. از نقطه «ن» که در سمک است به سه رأس مثلث یعنی سه نقطه «ک» و «ل» و «م» وصل می‌کنیم تا سه خط «ک ن» و «ل ن» و «م ن» به‌وجود آیند. با انجام این اعمال مخروط «ک ل م ن» ـ که یکی از سطوحش (و به قول خواجه: قواعدش) یعنی مثلث «ک ل م» در سطح دایره و سه سطح دیگرش یعنی سه مثلث «ک ل ن» و «ل م ن» و «م ک ن» در سمک‌اند ـ به‌وجود می‌آید که همان مخروط مطلوب ماست، یعنی مخروطی است که اگر دایره را به کره

---

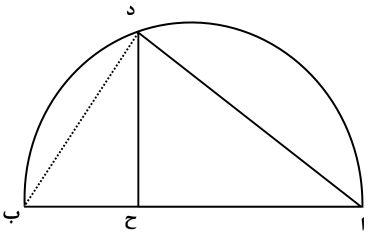
۱. در ریاضیات قدیم ج را به شکل حـ می‌نوشتند

۲. ضخامت جسم اگر به سمت پایین ملاحظه شود، «عمق» و اگر به سمت بالا لحاظ شود «سمک» (ارتفاع) می‌نامند، مانند عمق چاه و سمک منار.

تبدیل کنیم محاط این کره می‌شود.



شکل شمارهٔ ۱



شکل شماره ۲

دلیل بر صحت روش، یعنی موصل بودنش به مطلوب بودنش؛ در این دلیل اولاً ثابت می‌شود که تمام اضلاع این مخروط - یعنی سه‌ضلعی که در سطح دایره‌اند و سه‌ضلعی که در سمک‌اند ــ همگی با «ا د» و در نتیجه خودشان با هم مساوی‌اند و ثانیاً ثابت می‌شود که این چنین مخروطی در کره مفروض واقع می‌شود:

۱. ثابت می‌کنیم که سه‌ضلعی که در سطح دایره‌اند، یعنی «ک ل» و «ل م» و «م ک» همگی با «ا د» مساوی‌اند. نقطه «ب» را به نقطه «د» وصل می‌کنیم تا خط «ب د» به‌وجود آید (قبل از این خط، در نیم‌دایره «ا د ب» تنها مثلث «ا د حـ» را داشتیم و با رسم این خط دو مثلث دیگر درست شد، یکی مثلث «ب د حـ» و دیگری مثلث «ا د ب»، مثلث «ا د ب» را می‌توان کل نامید و دو مثلث دیگر را جزء خواند) با رسم این خط زاویه «ا د ب» به‌وجود می‌آید که به خاطر واقع شدنش در نیم‌دایره به مدعای اول ش ۳۰ م ۱۳[1] زاویهٔ قائمه است پس مثلث «ا د ب» می‌شود یک مثلث قائم‌الزاویه که از زاویه قائمه‌اش خط «د حـ» خارج شده و بر وترش فرود آمده این

۱. کل زاویة فی قطعة فهی قائمة ان کانت القطعة نصف دایرة...

خط، مثلث «ا د ب» را به دو مثلث «ا د حـ» و «ب د حـ» تقسیم کرده که به ش ۸ م ۶[1] هم خودشان متشابه‌اند و هم با مثلث «ا د ب» تشابه دارند. پس سه مثلث که هر سه متشابه‌اند در این نیم‌دایره وجود دارند و ما دو مثلث «ا د ب» و «ب د حـ» را مورد ملاحظه قرار می‌دهیم و با توجه به دو زاویه «د ا ب» (در مثلث بزرگ) و «ب د حـ» (در مثلث کوچک) تناسب اضلاع را این چنین بیان می‌کنیم: نسبت «ا د» (از مثلث بزرگ) به «د حـ» (از مثلث کوچک) برابر است با نسبت «ا ب» (وتر مثلث بزرگ) به «ب د» (وتر مثلث کوچک) یعنی داریم $\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}$ و چون در فرض تساوی دو مقدار اگر هر یک را در خودش ضرب کنیم تساوی محفوظ می‌ماند یعنی بین حاصل‌ضرب‌ها نیز تساوی برقرار است پس داریم $\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}\times\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}\times\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}$ و چون در مثلث «ا د ب» از زاویه قائمه عمود «د حـ» بر وتر وارد شده به استبانه[2] دوم ش ۸ م ۶ ـ که می‌گوید در چنین مثلثی هر کدام از دو ضلع زاویه قائمه وسط در نسبت است بین خود وتر و قسمتی از وتر که مجاور این ضلع است ـ مراجعه می‌کنیم و رابطه مستفاد از آن را که $\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{ب د}}{\text{ب حـ}}$ است، می‌نویسیم به هفتمین مصادره مقاله ۵ ـ که می‌گوید: اگر تناسبی با سه مقدار داشته باشیم نسبت اولی به آخری یعنی سومی برابر است با مربع نسبت اولی به دومی - مراجعه می‌کنیم و این رابطه اخیر را به این صورت می‌نویسیم $\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}\times\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{اب}}{\text{ب حـ}}$ طرف دوم این رابطه با طرف دوم رابطه‌ای که قبلاً داشتیم یعنی با طرف دوم ($\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}\times\frac{\text{اب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}\times\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}$) مساوی است از این‌رو، با استفاده از شکل ۱۱ م ۵[3] طرف‌های اول را مساوی قرار می‌دهیم یعنی - همان‌طور که خواجه فرموده - می‌نویسیم $\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}\times\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}=\frac{\text{اب}}{\text{ب حـ}}$ و می‌گوییم به ش ۱۹ م ۶ - که نسبت سطحی به سطح دیگر را مساوی با مربع نسبت ضلعی از سطح اول به ضلع نظیرش از سطح دوم قرار می‌دهد ـ داریم $\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}\times\frac{\text{اد}}{\text{د حـ}}=\frac{\text{مربع اد}}{\text{مربع د حـ}}$

۱. «اذا خرج عمود من زاویة قائمة فی مثلث علی وترها قسم المثلث بمثلثین متشابهین ومشابهین للمثلث الاعظم».

۲. گاهی بعد از تبیین شکل و استدلال بر حکمی که در آن مطرح شده قانونی از آن حکم استخراج و استنباط می‌شود. این قانون را که بیانش با کلمه «قدبان» شروع می‌شود، استبانه آن شکل می‌نامند.

۳. «النسب المتساویة لنسبة واحدة متساویة»

این رابطه را با رابطه قبل ملاحظه می‌کنیم، می‌بینیم که طرف‌های دومشـان یکی هسـتند به ش ۱۱ م ۱۵[۱] حکم می‌کنیم که طرف‌های اولشـان مسـاوی‌اند، یعنی داریم $\frac{\text{مربع ا د}}{\text{مربع د حـ}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب حـ}}$. قبلاً گفتیم «ا ب را بر نقطه حـ تثلیث می‌کنیم» پس «ا ب» به عمل سه برابر «ب حـ» است.

بنابراین در رابطهٔ اخیر می‌گوییم: به عمل، صورت نسبت اول، یعنی «ا ب» سه برابر مخرجش یعنی «ب حـ» اسـت، پس به‌مقتضـای تسـاوی دو طرف باید صـورت نسـبت دوم نیز سـه برابر مخرجش باشد؛ یعنی مربع «ا د» سه برابر مربع «د حـ» است و قبلاً (در ذیل بیان روش در شماره (۴) گفتیم که «ک ر» را که نصف قطر دایره است به اندازه «د حـ» قرار می‌دهیم، پس «ک ر» مسـاوی «د حـ» اسـت. بنابراین، گفته قبل یعنی «مربع ا د سـه برابر مربع د حـ اسـت» را به این صورت درمی‌آوریم «مربع ا د سه برابر مربع ک ر است» و می‌گوییم به ش ۱۱ همین مقاله ۱۳[۲] مربع «ک ل» (یعنی مربع ضـلعی از اضـلاع مثلث متساوی‌الاضلاع مورد بحث) نیز سه برابر مربع نصف قطر دایره یعنی سه برابر «ک ر» است؛ چون هم مربع «ا د» سه برابر مربع «ک ر» است و هم مربع «ک ل» سه برابر مربع «ک ر» است، کشف می‌کنیم که مربع «ک ل» با مربع «ا د» و در نتیجه خود «ک ل» با خود «ا د» مساوی است.

تا اینجا ثابت شـد که ضـلع «ک ل» از اضـلاع مثلث متسـاوی‌الاضـلاع مورد بحث با «ا د» مسـاوی است. حال، می‌گوییم چون به فرض، مثلث متساوی‌الاضلاع است پس دو ضلع دیگرش ــ یعنی «ل م» و «م ک» ــ نیز هر کدام مسـاوی «ا د» هسـتند. نتیجه این شـد که سـه‌ضـلعی از مخروطِ ساخته شده که در سطح دایره‌اند هر کدامشان با «ا د» مساوی‌اند.

۲. (ثابت می‌کنیم که سـه‌ضـلعی که در سـمک‌اند ــ یعنی «ک ن» و «ل ن» و «م ن» ــ نیز هرکدامشان با «ا د» مساوی هستند) در دو مثلث «ک ر ن» و «د حـ ا» (که اولی یک ضلعش ــ یعنی ضـلع «ک ر» ــ در سـطح دایره و دو ضـلع دیگرش در سـمک است و دومی در نیمه دایره «ا د ب» است) چون به عمل، خط «ر ن» و نیز خط «د حـ» عمودند زاویه «ک ر ن» (در اولی) و زاویه «د حـ ا» (در دومی) قائمه هسـتند و دو ضـلع محیط به این زاویه نظیر به نظیر مساوی‌اند (یعنی ضلع «ک ر» از مثلث اول با ضلع «د حـ» از مثلث دوم برابرند. چنان‌که در بیان روش در

۱. «النسب المتساویة لنسبة واحدة متساویة».

۲. «اذا احاطت دایرة بمثلث متساوی الاضلاع فمربع ضلعه ثلاثة أمثال مربع نصف قطرها».

شماره ۴ بیان شد و ضلع «ن ر» از مثلث اول با ضلع «حـ ا» از مثلث دوم برابرند، همان‌گونه که در بیان روش در شماره ۷ بیان شد). پس دو مثلث مذکور در دو ضلع و زاویه بین مساوی‌اند و بنابراین به ش ۴ م ۱[1] مساوی‌اند.

از مساوات این دو مثلث به دست می‌آوریم که ضلع‌های سومشان نیز مساوی‌اند، یعنی «ک ن» با «ا د» مساوی است. به همین بیان هم «ل ن» در مثلث قائم‌الزاویه «ل ر ن» و «ا د» در مثلث قائم‌الزاویه «ا د حـ» مساوی‌اند و هم «م ن» در مثلث قائم‌الزاویه «م ر ن» و «ا د» در مثلث قائم‌الزاویه «ا د حـ» مساوی هستند (در مثلث «ل ر ن» ضلع «ل ر» با «د حـ» و ضلع «ر ن» با «حـ ا» مساوی است و با توجه به مساوات زاویه بین که قائمه است، مساوات مثلث و به دنبال آن مساوات «م ن» با «ا د» نتیجه گرفته می‌شود). از آن‌چه در شماره (۱) آمد معلوم شد که سه ضلع از اضلاع مخروط که در سطح دایره‌اند با «ا د» مساوی‌اند و از آن‌چه در شماره (۲) آمد معلوم شد که سه ضلع دیگر از اضلاع مخروط که در سمک هستند با «ا د» مساوی هستند (توجه کنید«ر ن» از اضلاع مخروط نیست، بلکه سهم مخروط است که ضلع مشترک هر یک از سه مثلث «ک ر ن» و «ل ر ن» و «م ر ن» قرار داده شد) پس هر شش ضلع موجود در مخروط مورد بحث با «ا د» مساوی‌اند. بنابر این، هر شش تا باهم مساوی‌اند و در نتیجه هر چهار مثلث سازنده مخروط مورد بحث ـ یعنی مثلث‌های «ک ل م» که در سطح دایره است و «ک ل ن» و «ل م ن» و «م ک ن» که در سمک‌اند ـ همگی متساوی‌الاضلاع هستند.

۳. (بعد از اثبات متساوی‌الاضلاع بودن مثلث‌ها ثابت می‌کنیم که مخروط ساخته شده از آن‌ها، در کره مفروضه واقع شده) قبلاً گفتیم: عمود «ن ر» را از طرف مقابل سمک ادامه می‌دهیم تا به زیر دایره نفوذ کند و خط «ر ح» را پدید آورد و اینک می‌گوییم: روی این خط «ر ح» خط «ر ط» را به اندازه «حـ ب» معین و مشخص می‌کنیم. توجه کنید! «ن ر» را به اندازه «حـ ا» انتخاب کردیم و الآن «ر ط» را به اندازه «حـ ب» انتخاب می‌کنیم. حال اگر «ن ر» را با «ر ط» جمع کنیم تا خط «ن ط» به دست آید این مجموع با مجموع «حـ ا» و «حـ ب» که «ا ب» است مساوی است و چون «ا ب» به اندازه قطر کره فرض شد، پس «ن ط» مساوی قطر

۱. «اذا ساوى ضلعان وزاوية بينهما من مثلث ضلعين وزاوية بينهما من مثلث آخر كل لنظيره يتساوى الضلعان والزوايا الباقية والمثلثان كلٌّ لنظيره».

کره است. بعد از حصول خط «ن ط» یعنی قطر کره نیم‌دایره‌ای بر آن می‌سازیم، یعنی خط «ن ط» را نصف می‌کنیم و نقطه نصف را مرکز قرار می‌دهیم و با این مرکز نیم‌دایره‌ای بر خط «ن ط» که قرار است قطر کره باشد می‌سازیم (همان‌طور که «ن ط» به اندازه «ا ب» است.

همچنین نیم‌دایره‌ای که روی «ن ط» ساخته می‌شود، به اندازه نیم‌دایره‌ای است که روی خط «ا ب» رسم شده و نیز همان‌طور که خط «ا ب» تثلیث شده به‌طوری که «حـا» دو ثلث آن و «ب حـ» ثلث آن است همچنین «ن ط» تثلیث می‌شود به‌طوری که «ن ر» دو ثلث « و «ر ط» ثلث آن باشد) این نیم‌دایره ساخته شده را ــ با محور قرارداد خط «ن ط» ــ یک دور کامل می‌چرخانیم تا به وضعی که قبلاً داشته برگردد با این چرخاندن، کره‌ای که قطرش به اندازه «ا ب» است، یعنی قطرش خط «ن ط» است پدید می‌آید. این کره بر دو نقطه «ن» و «ط» عبور می‌کند (زیرا نیم‌دایره‌ای که روی خط «ن ط» ساختیم یک طرفش بر «ن» و طرف دیگرش بر «ط» بود و واضح است که با چرخیدن، بر دو نقطه «ن» و «ط» عبور می‌کند) اگر ما ثابت کنیم که بر سه نقطه «ک» و «ل» و «م» - که رأس‌های مثلث «ک ل م» هستند نیز عبور می‌کند، ثابت می‌شود که مخروط مورد بحث در درون کره مفروضه واقع شده و ما این را (یعنی عبور کره از سه نقطه «ک» و «ل» و «م» را) ثابت می‌کنیم به این بیان: دو خط «ن ر» و «ر ط» به هم متصل‌اند و بر فصل مشترک این دو که نقطه «ر» است عمود «ر ک» وارد شده (عمود «ر ل» و همچنین عمود «ر م» نیز وارد شده‌اند، ولی ما دربارهٔ عمود «ر ک» به تنهایی بحث می‌کنیم شما این بحث را دربارهٔ این دو عمود دیگر نیز اجراء کنید) این عمود ــ همان‌طور که قبلاً گذشت ــ مثل «حـ د» است.

بنابراین همان‌طور که «حـ د» وسط در نسبت است بین دو خط «ا حـ» و «حـ ب» همچنین «ر ک» نیز وسط در نسبت است بین دو خط «ن ر» و «ر ط» و در استبانه ش ۹ م ۶ آمد که اگر بر چنین دو خطی که بر فصل مشترکشان چنین عمودی وارد شده نیم‌دایره‌ای رسم شود، این نیم‌دایره برطرف عمود عبور می‌کند. پس در مورد بحث ما نیز نیم‌دایره رسم شده برطرف عمود که نقطه «ک» است عبور می‌کند (به همین بیان ثابت می‌کنیم که به طرف دو عمود «ر ل» و «ر م» یعنی به دو نقطه «ل» و «م» نیز عبور می‌کند).

معلوم شد که کره از هر چهار نقطه مخروط مورد بحث عبور می‌کند، یعنی معلوم شد که مخروط مورد بحث در درون کره مفروضه واقع شده و قبلاً معلوم شد که همه اضلاعش مساوی‌اند

و در نتیجه چهار مثلث سازنده آن متساوی‌الاضلاع هستند. از این دو مطلب ثابت شده معلوم می‌شود که روش مذکور روش صحیحی بوده و مطلوب ما را حاصل کرده است.

دلیل بر صحت مدعا، یعنی این‌که مربع قطر چنین کره‌ای یک برابر و نیم مربع ضلع چنین مخروطی است. به عبارت دیگر، یعنی این‌که مربع ضلع چنین مخروطی دو ثلث مربع قطر چنین کره‌ای است: در مثلث «ا د ب» که قائم‌الزاویه است از زاویه قائمه «ا د ب» بر وتر «ا ب» عمود «د حـ» وارد شده. به دومین استبانه ش ۸ م ۶ هر کدام از دو ضلع زاویه قائمه چنین مثلثی وسط در نسبت است بین وتر و قطعه‌ای از وتر که مجاور این ضلع هست. بنابراین در مورد بحث داریم $\frac{\text{اد}}{\text{احـ}}=\frac{\text{اب}}{\text{اد}}$. به هفتمین مصادره مقاله ۵ ـ که می‌گوید در چنین تناسبی نسبت اولی به آخری مانند مربع نسبت اولی به دومی است ـ رابطه مذکور به این صورت درمی‌آید $\frac{\text{اب}}{\text{اد}}\times\frac{\text{اب}}{\text{اد}}=\frac{\text{اب}}{\text{احـ}}$. به ش ۱۹ م ۶ داریم $\frac{\text{اب}}{\text{اد}}\times\frac{\text{اب}}{\text{اد}}=\frac{\text{مربع اب}}{\text{مربع اد}}$ این رابطه را با رابطه قبلش ملاحظه می‌کنیم و می‌گوییم طرف‌های دوم این دو رابطه یکی هستند. پس به ش ۱۱ م ۵ طرف‌های اولشان مساوی‌اند یعنی داریم $\frac{\text{اب}}{\text{احـ}}=\frac{\text{مربع اب}}{\text{مربع اد}}$ و به عمل دانستیم که «ا حـ» دو ثلث «ا ب» است یعنی در این رابطه اخیر مخرج نسبت دوم دو ثلث صورتش است پس به مقتضای تساوی دو طرف باید مخرج نسبت اول نیز دو ثلث صورتش باشد یعنی باید مربع «ا د» دو ثلث مربع «ا ب» باشد، ولی «ا د» ضلع مخروط مورد بحث و «ا ب» قطر کره مورد بحث است. پس باید مربع ضلع مخروط مورد بحث دو ثلث مربع قطر کره مورد بحث باشد و به عبارت دیگر: باید مربع قطر کره مورد بحث یک برابر و نیم مربع ضلع مخروط مورد بحث باشد و هوالمطلوب.

خواجه در پایان شکل در ذیل «اقول» می‌فرماید «این شکل منسوب الی النار است» (طوسی، ۱۲۹۸، ص۱۹۱)، یعنی گفته می‌شود که «شکل نار این است». توضیح: بعضی از قدما همچون ذیمقراطیس، معتقد بودند که اجسام بسیط عنصری یعنی نار و ارض و هواء و ماء و همچنین اجرام فلکی از اجزاء صلب و صغار که تقسیم فکّی نمی‌پذیرند (اگرچه قابل تقسیم وهمی هستند) تشکیل شده‌اند. این گروه شکل هر جزء نار را مخروط تشکیل شده از چهار مثلث متساوی‌الاضلاعی که محاط کره هست قرار می‌دادند و می‌گفتند هر جزئی از اجزاء نار به این شکل هستند.

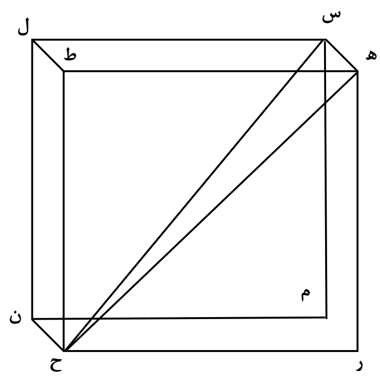
۲. شکل اجزاء خاکی (شکل هفدهم از مقاله سیزدهم)

خواجه نصیر طوسی در این شکل که شکل هفدهم از مقاله سیزدهم را می‌سازد، اجزای خاکی را ترسیم می‌کند:

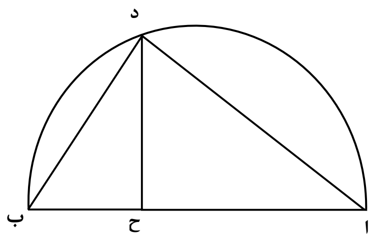
مفروض: کره‌ای داریم با قطری به اندازه «ا ب».

خواسته: می‌خواهیم در این کره مکعبی بسازیم.

مدعا: مربع قطر چنین کره‌ای (که قطر مکعب نیز هست) سه برابر مربع ضلع چنین مکعبی است.



شکل شمارهٔ ۳



شکل شماره ۴

روش ساخت: ۱. خط «ا ب» را که به اندازه قطر کره است، به ش۱۲ م ۶ بر نقطه «ح» تثلیث می‌کنیم یعنی آن را به دو ثلث و یک ثلث تقسیم می‌کنیم («ا ح» دو ثلث آن و «ح ب» ثلث دیگرش).

۲. بر این خط «ا ب» اولاً نیم‌دایره «ا د ب» را رسم می‌کنیم. و ثانیاً به کمک ش ۱۱ م ۱ عمود «ح د» را وارد می‌کنیم (عمودی که از نقطه «ح» ـ که پای عمود است ـ اخراج می‌شود و در نقطه «د» نیم‌دایره را قطع می‌کند).

۳. از نقطه «ب» به نقطه «د» وصل می‌کنیم تا خط «ب د» به‌وجود آید.

۴. به کمک ش ۲ م ۱ خط «ه ر» را به اندازه خط «ب د» ایجاد می‌کنیم.

۵. بر این خط ایجاد شده یعنی خط «ه ر» به کمک ش ۴۶ م ۱ مربع «ه ر ح ط» را می‌سازیم و بعد از ساختن این مربع، مکعب «ر ل»[1] را به‌وجود می‌آوریم (به این نحو که به ش ۱۲ م ۱۱ خط «ر م» را که به اندازه «ر ه» است بر «ر ه» عمود می‌کنیم و با تکمیل آن، مربع «ر ه س م» را

---

۱. مکعب را به اسم دو سرش که مقابل همدیگرند، می‌خوانیم.

به‌وجود می‌آوریم و همین‌طور ادامه می‌دهیم تا مربع‌های دیگر ساخته شوند و مکعب حاصل شود. قاعده این مکعب را مربع «ر ه ط ح» و ارتفاعش را خط «س ه» قرار می‌دهیم. این مکعب به‌دست آمده همان مکعب مطلوب ماست.

دلیل بر صحت مدعا، یعنی این‌که مربع قطر چنین کره‌ای سه برابر مربع ضلع چنین مکعبی است(مربع ا ب مساوی است با سه برابر مربع ه ر است):

اولاً: شکل را آماده استدلال می‌کنیم یعنی: ۱. خط «ه ح» را رسم می‌کنیم. این خط قطر مربع «ر ط»[1] یعنی قطر قاعده مکعب است. ۲. خط «س ح» را رسم می‌کنیم. این خط - که بعداً مساوی بودنش با «ا ب» یعنی قطر کره ثابت می‌شود ـ قطر مکعب است.

ثانیاً: استدلال می‌کنیم:

۱. (ثابت می‌کنیم که قطر مکعب یعنی «س ح» سه برابر ضلع مکعب یعنی «ه ر» است) مثلث «س ح ه» را که از «س ح» (قطر مکعب) و «ه ح» (قطر قاعده مکعب) و «س ه» (ضلعی از اضلاع مکعب که ما ارتفاع مکعب قرارش دادیم) تشکیل شده و زاویه «س ه ح» در آن قائمه است مورد توجه قرار می‌دهیم و دربارهٔ آن به ش ۴۷ م ۱ (شکل عروس) می‌نویسیم (مربع ه ح + مربع س ه = مربع س ح). همچنین مثلث «ه ح ر» را که زاویه «ح ه ر» در آن قائمه است ملاحظه می‌کنیم و دربارهٔ آن نیز به ش ۴۷ م ۱ می‌نویسیم (مربع ر ح+ مربع ه ر = مربع ه ح) در رابطه اول به جای «مربع ه ح» مساوی‌اش را که در رابطه دوم تعیین شده قرار می‌دهیم می‌شود (مربع ر ح + مربع ه ر + مربع س ه = مربع س ح) یعنی مربع «س ح» که قطر مکعب است برابر است با مربع سه ضلع یعنی ضلع «س ه» و ضلع «ه ر» و ضلع «ر ح». و چون این سه ضلع سه ضلع مکعب‌اند یعنی با هم مساوی‌اند به جای این‌که بگوییم مربع «س ح» برابر است با مربع سه ضلع می‌گوییم مربع «س ح» یعنی مربع قطر مکعب سه برابر مربع «ه ر» است، یعنی سه برابر ضلع مکعب است و چون به عمل، ضلع «ه ر» که ضلع مکعب است به اندازه «ب د» انتخاب شد می‌گوییم مربع «س ح» سه برابر مربع «ب د» است.

تا اینجا ثابت شد که مربع قطر مکعب سه برابر مربع ضلع مکعب است، ولی مدعای ما این بود که مربع قطر کره‌ای که مکعب در آن است سه برابر مربع ضلع مکعب است، پس باید ثابت کنیم

۱. مربع را به اسم دو سرش که مقابل یک‌دیگرند، می‌خوانیم.

که قطر مکعب با قطر کره مذکور مساوی است.

۲. (ثابت می‌کنیم که قطر مکعب یعنی «س ح» و قطر کره یعنی «ا ب» با هم مساوی‌اند) ضلع «ا د» را رسم می‌کنیم. با این کار در نیم‌دایره «ا د ب» مثلث «ا د ب» وجود می‌گیرد که در آن، زاویه «ا د ب» به مدعای اول ش ۳۰ م ۳[1] زاویه قائمه است و از آن، عمود «د حـ» بر وتر یعنی «ا ب» وارد شده پس به دومین استبانه ش ۸ م ۶ (که می‌گوید: در چنین مثلثی هر کدام از دو ضلع زاویه قائمه وسط در نسبت است بین خود وتر و قسمی از وتر که مجاور این ضلع است) دربارهٔ این مثلث این تناسب صدق می‌کند $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{ب د}}{\text{ب حـ}}$ به هفتمین مصادره مقاله ۵ - که می‌گوید: اگر تناسبی با سه مقدار داشته باشیم نسبت اولی به آخری یعنی سومی برابر است با مربع نسبت اولی به دومی – مراجعه می‌کنیم و این رابطه مذکور را به این صورت می‌نویسیم $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب حـ}}=\frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}\times\frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}$. به ش ۱۹ م ۶ ـ که نسبت سطحی به سطح دیگر را مساوی با مربع نسبت ضلعی از سطح اول به ضلع نظیرش از سطح دوم قرار می‌دهد ـ نظر می‌کنیم و در مورد بحثمان این رابطه را می‌نویسیم $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}\times\frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}=\frac{\text{مربع ا ب}}{\text{مربع ب د}}$. این رابطه اخیر را با رابطه قبل ملاحظه می‌کنیم، می‌بینیم که طرف‌های دومشان یکی است به ش ۱۱ م ۵ حکم می‌کنیم که طرف‌های اولشان مساوی‌اند یعنی ـ همان‌طور که خواجه می‌گوید (طوسی، ۱۲۹۸، ص۱۹۱) ـ داریم $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب حـ}}=\frac{\text{مربع ا ب}}{\text{مربع ب د}}$. به عمل ـ یعنی به تثلیثی که دربارهٔ خط «ا ب» اعمال شد - «ا ب» سه برابر «ا ب حـ» است، یعنی در این رابطه اخیر صورت نسبت اول سه برابر مخرجش است پس به مقتضای تساوی دو طرف باید صورت نسبت دوم نیز سه برابر مخرجش باشد. یعنی مربع «ا ب» سه برابر مربع «ب د» است.

۳. در آخر شماره (۱) ثابت کردیم که مربع «س ح» سه برابر مربع «ب د» است و در این شماره (۲) ثابت کردیم که مربع «ا ب» سه برابر مربع «ب د» است. اگر این دو مطلب ـ یعنی مربع «ا ب» سه برابر مربع «ب د» است و مربع «س ح» سه برابر مربع «ب د» است ـ را کنار هم بگذاریم، نتیجه می‌گیریم که «س ح» یعنی قطر مکعب و «ا ب» یعنی قطر کره با هم مساوی‌اند.

---

۱. «کل زاویة فی قطعة فهی قائمة ان کانت القطعة نصف دایرة...».

حال که ثابت شد این دو قطر با هم مساوی‌اند می‌گوییم: در شماره (۱) ثابت شد که مربع قطر مکعب سه برابر مربع ضلع مکعب است. و در شماره (۲) ثابت شد که قطر کره با قطر مکعب مساوی است. نتیجه گرفته می‌شود که قطر کره سه برابر ضلع مربع است. و هو المطلوب.

دلیل بر صحت روش، یعنی موصل به مطلوب بودنش[۱]: **اولاً**: بر خط «س ح» ـ که قطر مکعب است و گفتیم که مساوی قطر کره است و از این‌رو، می‌تواند قطر کره نیز قرار داده شود ـ نیم‌دایره‌ای رسم می‌کنیم (یعنی وسط این خطر را مرکز قرار می‌دهیم و با این مرکز و با قطر قرار دادن «س ح» نیم‌دایره رسم می‌کنیم) و آن را می‌چرخانیم تا به جای اول برگردد و کره ساخته شود. و **ثانیاً** می‌گوییم:

۱. این نیم‌دایره بر نقطه «هـ» - که یکی از گوشه‌های مکعب است ـ عبور می‌کند به این بیان: زاویه «س ه ح» قائمه است. پس به عکس مدعای اول ش ۳۰ م ۳ در نیم‌دایره واقع شده (واضح است که دو ضلعش نیز در نیم‌دایره واقع‌اند). دو ضلع این زاویه قائمه عبارت‌اند از: «س هـ» و «هـ ح» این دو ضلع در نقطه «هـ» به همدیگر متصل شده‌اند، پس نقطه «هـ» فصل مشترک آن دو است. اگر از این محل اتصال دو ضلع و به عبارت دیگر: از فصل مشترک آن دو، عمودی بر وتر خارج کنیم این عمود که وتر را به دو قسم تقسیم بکند، می‌تواند در تناسبی که تشکیل می‌شود وسط دو قسم وتر قرار بگیرد[۲]. استبانه ش ۹ م ۶ دلالت دارد بر این‌که نیم‌دایره‌ای که این دو خط متصل به هم یعنی دو ضلعی که زاویه قائمه ساخته‌اند در آن واقع شده‌اند از طرف یعنی سر این عمود ـ که از فصل مشترک این دو خط خارج شده و در تناسب حاصل شده وسط دو قسمت وتر واقع می‌شود ـ رد می‌شود. پس در مورد بحث ما نیم‌دایره‌ای که بر قطر «س ح» رسم می‌شود و دو ضلع «س هـ» و «هـ ح» را دربر می‌گیرد از طرف عمودی که از فصل مشترک این دو ضلع

---

۱. در شکل قبل هم ثابت کردیم که مثلث‌های سازنده مخروط همگی متساوی‌الاضلاع هستند و هم ثابت کردیم که مخروط در کره مفروضه واقع می‌شود، اما در این شکل، تنها ثابت می‌کنیم که مکعب در کره مفروضه واقع می‌شود. سبب این کار این است که در شکل قبل متساوی‌الاضلاع بودن سه مثلثی که در سمک بودند، مفروض نبود و احتیاج به اثبات داشت و به عبارت دیگر، باید ثابت می‌کردیم که تمام اضلاع مخروط مورد بحث با هم مساوی‌اند، ولی در این شکل چون مکعب مطرح است و تمام اضلاع مکعب با هم مساوی هستند احتیاجی به اثبات تساوی اضلاع نداریم.

۲. در مکعب با قطر قرار دادن «س ح» فرض می‌کنیم که عمودی از فصل مشترک «س هـ» و «هـ ح» بر وتر یعنی «س ح» خارج شود، ولی در نیم دایره «ا د ب» که قطرش «ا ب» است عمود «د ح» از فصل مشترک دو خط متصل به هم یعنی دو خط «ا د» و «ب د» خارج شده و احتیاج به فرض نیست. ما چون بحث را در مکعب اجرا کردیم فرض را مطرح کردیم و گفتیم «اگر از فصل مشترک عمودی بر وتر خارج کنیم...».

اخراج شده یعنی از نقطه «ه» عبور می‌کند.

۲. این نیم‌دایره افزون بر نقطه «ه» از نقاط دیگر مکعب، یعنی از گوشه‌های دیگر آن نیز عبور می‌کند به این بیان: تمام قطرهای مکعب با هم مساوی‌اند و اگر رسم شوند، همدیگر را در یک نقطه که وسطشان است قطع می‌کنند. پس هر نیم‌دایره‌ای که روی قطری رسم شود مساوی نیم‌دایره‌ای است که روی «س ح» رسم شد و حکم همان را دارد، یعنی همان‌طور که این نیم‌دایره از طرف عمود داخل خودش عبور کرد. نیم‌دایره‌های دیگر که در واقع، همین نیم‌دایره مورد نظر هستند نیز از طرف عمودهای داخل خودشان که گوشه‌های دیگر مکعب هستند می‌گذرند. به عبارت دیگر، چون اقطار مکعب مساوی‌اند و در نتیجه نصف‌های اقطار نیز مساوی‌اند و بالتبع محل تقاطعشان یکی است پس فاصله تمام نقاط مکعب از مرکز، مساوی است و در نتیجه، اگر نیم‌دایره رسم شده بر «س ح» از یکی از نقاط مکعب یعنی نقطه «ه» عبور کند از دیگر نقاط مکعب نیز عبور می‌کند.

۳. در شماره (۱) ثابت شد که نیم‌دایره رسم شده بر «س ح» از نقطه «ه» عبور می‌کند و در شماره (۲) ثابت شد که از دیگر نقاط مکعب نیز عبور می‌کند. نتیجه این می‌شود که مکعب مورد بحث در کره مفروضه واقع شده و هوالمطلوب.

خواجه در پایان می‌فرماید: «این مجسم را به ارض نسبت می‌دهند»(طوسی، ۱۲۹۸، ص۱۹۱)، یعنی می‌گویند: این شکل، شکل این عنصر است. به عبارت دیگر، این عنصر شکل این مجسم را دارد. ابن سینا در فن سوم طبیعیات شفا نیز شکل ارضی را این‌گونه گزارش کرده است (ابن سینا، ۱۴۰۴، ج۲، ص۹۱).

خلاصه سخن

از مباحث پیش‌گفته نتیجه می‌شود که هر کدام از اجزای آتش در فرض این‌که اجزای آتش مرکب از اجزا باشد به شکل مخروط مضلعی (هرم) است که ۴ سطح دارد که هریک از آن‌ها مثلث متساوی‌الاضلاع است و اگر کره‌ای این هرم را احاطه کند قطر آن کره یک برابر و نیم مربع ضلع این هرم خواهد بود.

(قطره کره محیط بر هرم) = $1\frac{1}{2}$ (مربع ضلع هرم)

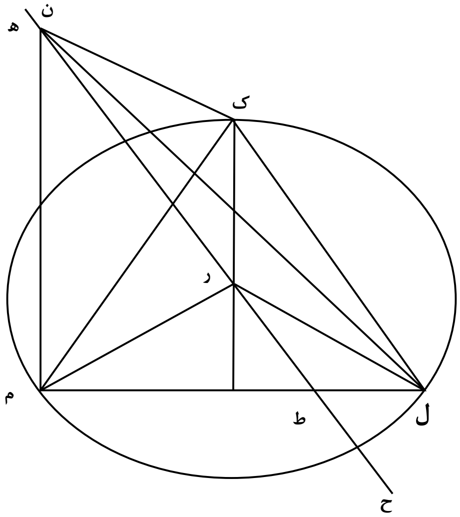
ا ب = $\mathbf{1\frac{1}{2}}$ (ل م)^{2}

هر یک از اجزای زمین (در فرض این‌که زمین مرکب از اجزا باشد) به شکل مکعب است اگر کره‌ای این مکعب را احاطه کند قطر آن کره سه برابر مربع ضلع آن مکعب است.

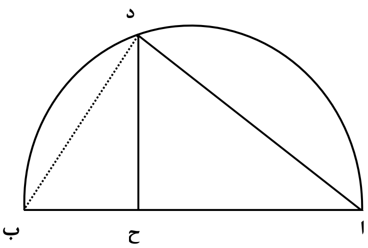
قطره کره محیط بر مکعب= (۳برابر مربع ضلع مکعب)

$$\text{اب} = 3(\text{ل ن})^2$$

شکل ۱۶ مقاله ۱۳ اصول اقلیدس (طوسی، ۱۲۹۸،ص۱۹۰).

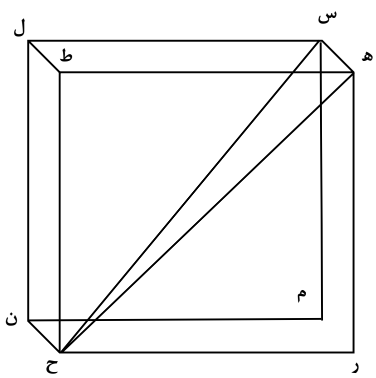


شکل شمارهٔ ۱

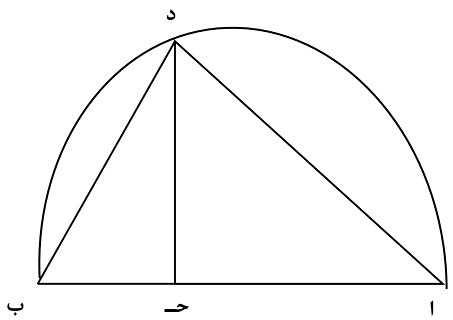


شکل شماره ۲

شکل ۱۷ مقاله ۱۳ اصول اقلیدس



شکل شمارهٔ ۳



شکل شماره ۴

فهرست منابع

۱. ابن سینا، ابوعبداللّه. (۱۴۰۴ق). طبیعیات شفا، مصر.

۲. طوسی، خواجه نصیر. (۱۲۹۸ق). تحریر اصول اقلیدس. چاپ سنگی. بی‌جا.

۳. کاپلستون، فردریک. (۱۳۶۸). تاریخ فلسفه یونان و روم. ترجمه: جلال‌الدین مجتبوی. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.